

# 输水隧道地震响应的多物质ALE数值分析

● 楼云锋 杨颜志 金先龙

上海交通大学 机械系统与振动国家重点实验室 上海 200240

摘要：

为研究浅埋输水隧道内部流体对隧道地震响应的影响，考虑粘-弹性人工边界、土壤的非线性、隧道结构刚度有效率及流固耦合作用，建立了双线隧道-土体-流体相互耦合作用的力学模型。通过刚度折减试验得到衬砌环环向、径向、轴向刚度，进而引入正交各向异性连续材料作为衬砌材料模型。采用基于ALE描述的流固耦合方法，对上海某大直径双线输水隧道在流体作用下的地震响应进行了分析。通过与等效密度法对比，验证耦合模型对于处理输水隧道多物质非线性耦合抗震问题的可行性。计算结果表明，在水平方向地震激励下，无论一致激励或是非一致激励流体对隧道地震变形和内力都有较大影响，但对位移影响较小；对于不同隧道内水量，隧道弯矩均集中于衬砌隧道45度交叉斜线位置；相比于一致激励，非一致激励增强隧道地震位移和变形响应是明显的。

关键字：输水隧道，多物质ALE，有效刚度，流固耦合，地震响应

## 1. 前言

随着我国城市化建设的发展，城市大规模调水工程建设越来越多，很多输水隧道不可避免的穿过浅层软土层。而在地震作用下，大直径浅埋隧道内大量水体对结构的耦合作用将是不可忽视的。

隧道结构的动力响应受周围介质的影响较大，目前采用的有限元方法能有效的模拟复杂隧道结构、周围围岩介质以及整个地震响应过程。若在有限元计算中采用带接头的精细模型计算<sup>[1]</sup>，将带来巨大的计算负担。为此同样考虑隧道横向和纵向力学行为，采用经刚度有效率折减后的连续化模型被视为一种较合理高效的模拟手段<sup>[2]</sup>。

在工程实际中，与一般的衬砌隧道不同，输水隧道不仅与周围围岩相互作用，而且与隧道内部的水体相互作用。在过去的流固耦合有限元分析中，数值分析方法主要包含对流体域进行简化的半解析法和全域离散的纯数值方法，数值计算方法可分为隐式积分算法和显式积分算法。其中半解析法结合隐式算法应用于输水隧道也取得了不少研究成果，陈健云<sup>[3]</sup>基于势函数的流固耦合方法采用隐式时间积

分的Newmark方法来求解对大型浅埋输水隧道地震响应；彭海阔<sup>[4]</sup>基于无粘性理想流体流体基本方程采用Newmark积分算法对沉管隧道做了地震响应分析。另外，显示中心差分算法的ALE网格描述有限元法，由于其较高的计算效率和计算精度<sup>[5]</sup>，近些年在流体冲击、液面晃动以及柔性材料耦合振动领域取得不少成果。但将ALE方法应用到考虑液面波动的大规模输水隧道流固耦合计算的研究还较少。

本文针对上海某大型输水衬砌隧道，引入正交各向刚度不等的连续材料衬砌模型，采用基于显示算法的ALE描述的流固耦合方法对大直径双线输水隧道在流体作用下的地震响应进行了分析。

## 2. 方法与原理

### 2.1 多物质ALE流固耦合方法

ALE有限元方法是针对传统Lagrangian描述和Eulerian描述的不足，而提出的新的描述方法，该方法综合了Lagrangian描述与Eulerian描述的优点，网格以给定的方式运动，而材料的运动并不与网格一

致，因此即可追踪自由表面，又可保证大变形问题的计算精度与计算稳定性。ALE方法的计算网格独立于变形体和空间运动，其根据需要自由选择运动状态。

针对ALE方法的控制方程(质量、动量和能量守恒方程)可统一表示为：

$$\frac{\partial V}{\partial t} \Big|_x + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = \omega_i \frac{\partial V}{\partial x_i} \quad (1)$$

其中  $F_i = F_{iA} + F_{iD}$

$$V = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho v_1 \\ \rho v_2 \\ \rho v_3 \\ \rho \varepsilon \end{Bmatrix}, F_{iA} = \begin{Bmatrix} \rho v_i \\ \rho v_1 v_i + p \delta_{i1} \\ \rho v_2 v_i + p \delta_{i2} \\ \rho v_3 v_i + p \delta_{i3} \\ v_i(\rho \varepsilon + p) \end{Bmatrix}, F_{iD} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\tau_{1i} \\ -\tau_{2i} \\ -\tau_{3i} \\ -\tau_{ij} v_j - k_{ij} \partial T / \partial x_j \end{Bmatrix}$$

式中： $v_i$ 为物质速度， $\omega_i$ 为对流速度， $\tau_{ij}$ 为偏应力张量， $p$ 为压力， $\varepsilon$ 为总比能， $k_{ij}$ 为导热率张量。 $F_{iA}$ 为平流项， $F_{iD}$ 为粘性项， $\delta_{ij}$ 为克罗内克常数。

隧道结构采用弹性体连续方程

$$\rho_s \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \Big|_x = \frac{\partial \sigma_j}{\partial x_j} + f_i \quad (2)$$

式中  $\rho_s$ 为结构密度， $f_i$ 为体力， $u$ 为固体结构位移。

通过空间域离散控制方程可获得ALE有限元动量方程：

$$M \frac{dv}{dt} + Lv + F_{int} = F_{ext} \quad (3)$$

其中  $M$ 和  $L$ 分别为广义质量矩阵和传递矩阵；而  $F_{int}$ 和  $F_{ext}$ 分别为内力和外力向量。

动量方程的中心差分格式为：

$$\dot{V}_{t[\chi]n} = (M_n)^{-1} (F_n^{ext} - F_n^{int} - L_{n-1/2} V_{n-1/2}) \quad (4)$$

进而可得下一时间步的速度与位移求解格式：

$$V_{n+1/2} = V_{n-1/2} + \Delta t \dot{V}_{t[\chi]n} \quad (5)$$

$$d_{n+1} = d_n + \Delta t V_{n+1/2} \quad (6)$$

在整个时域范围内，可由上述递推公式求得各离散时间点处的位移、速度和加速度。节点力则采用单点积分的方式在各单元内求解。

多物质ALE方法容许在一个网格中包含多种物质材料，通过跟踪每种材料的边界，在相应的单元中进行物质交换和输送。本文就是利用多物质ALE方法处理隧道内水体、空气与隧道结构的相互作用问题。流体与结构体的相互作用通过耦合来定义。耦合方式有多种，一般选择罚函数耦合方式<sup>[6-7]</sup>。如图1所示，当流体物质点穿过结构单元时，在流体和结构间引入一个耦合力，分别施加于结构与流体相

应的单元节点。该力的大小与相对位移  $d$  成正比。同时，可根据单元尺寸适当调整结构体上耦合积分点的数量来防止泄漏。

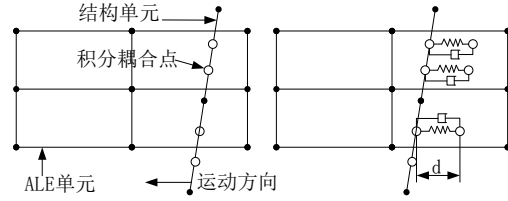


图1 罚函数耦合方法

### 2.2 土体-结构耦合方法

在输水隧道整体模型中，为真实模拟隧道衬砌与周围土体的耦合作用，需考虑它们之间的接触状态，在受到外部载荷时，会发生相互的挤压、滑移、脱离等行为。这是一类边界条件非线性问题，最终归结到对接触对的搜索和接触力的计算上。

在数值计算中采用对称罚函数接触算法来对其进行处理，即在每一时步进行从节点和主表面的穿透判断，无穿透则不处理，穿透则在从节点与被穿透主表面间引入一个法向接触力  $f_s$ ，同时对各主节点也进行一遍同样的处理：

$$f_s = m \lambda n \quad (7)$$

式中， $m$ 为参数，用来判断是否发生穿透， $\lambda$ 为主片刚度因子， $n$ 为外向法线单位矢量。

由  $t_n$ 时刻的摩擦力  $f_n$  可得出下一时刻可能的摩擦力  $f$ ：

$$f^* = f^n - k \cdot e \quad (8)$$

则  $t_{n+1}$ 时刻  $f^{n+1} = \min(f^*, \mu f_s^*, \zeta A_{master})$

式中： $e$ 为接触点位移增量， $k$ 为界面接触刚度。 $A_{master}$ 是主片的表面积， $\zeta$ 为粘性系数。

### 2.3 粘弹性人工边界

求解结构-地基动力相互作用问题时需要在计算区域边界设置人工边界以模拟半无限地基，粘弹性边界在粘性边界的基础上再在边界上设置弹性元件，克服了粘性边界的低频失稳问题，能够模拟远域地基的弹性恢复性能，具有良好的低频和高频稳定性，因此模型的底部和侧面采用粘弹性人工边界，顶面取为自由边界。粘弹性边界的原理是在截断边界处设置连续分布的并联弹簧-阻尼器系统，其中弹性系数  $K_b$ 及阻尼系数  $C_b$ 的计算公式如下<sup>[8]</sup>：

$$K_b = \alpha \frac{G}{R}, C_b = \rho c \quad (9)$$

式中， $\rho$ 和  $G$ 分别表示土体密度和剪切模量； $R$ 表示散射波源到人工边界的距离； $c$ 表示土体中的波速，法向人工边界取为P波波速，切向人工边界取为

S波波速；参数 $\alpha$ 在法向人工边界时取为1.33，切向人工边界时取为0.67<sup>[9]</sup>。

## 2.4 衬砌结构刚度折减

在计算过程中采用各向正交异形连续结构等效带有大量接头的不连续拼装衬砌结构。

由各向同性材料的弹性矩阵对称性可知

$$v_{xy}/E_x = v_{yx}/E_y \quad (10)$$

$$v_{xz}/E_x = v_{zx}/E_z \quad (11)$$

$$v_{yz}/E_y = v_{zy}/E_z \quad (12)$$

在隧道横截面上，弹性模量可用=横截面上的抗弯刚度折减系数 $\eta_{xy}$ 进行折减：

$$E_x = E_y = \eta_{xy} E \quad (13)$$

在隧道纵向上，弹性模量可用纵向上的抗弯刚度折减系数 $\eta_z$ 进行折减：

$$E_z = \eta_z E \quad (14)$$

剪切模量 $G_{xy}$ 与 $E_x$ ， $E_y$ 同比折减； $G_{yz}$ ， $G_{zx}$ 与弹性模量相互独立，根据何川[10]的研究采用纵向上的抗剪切刚度折减系数 $\eta_q$ 进行折减：

$$G_{yz} = G_{zx} = \eta_q G \quad (15)$$

$$\eta_q = k_q / [k_q + G_1 A_1 (1 - 1/n) / l_s] \circ$$

$E$ 为原混凝土管片的弹性模量； $G$ 为原混凝土管片的剪切模量；泊松比采用原混凝土材料值。

## 3. 工程应用实例

### 3.1 工程概况

某超大规模输水隧道采用双线隧道输水，由长兴岛域管线、长江原水过江管线、陆域管线三大段组成，管径近7m。工程地质条件复杂，输水线路长，长江原水过江管工程需要长距离穿越江河，该工程还是国内首次尝试盾构法单层衬砌输水隧道，其直径在同类工程中也较大。

### 3.2 有限元模型

根据实测地质资料，采用三维拟实建模方法，建立了长1.2km，宽200m，高300m的输水隧道有限元模型。模型充分反映了隧道、土体和水的实际空间位置，以及相互间的作用关系。图2为隧道结构局部有限元模型，图3为隧道整体有限元模型，本文选取隧道结构的三个危险断面作为主要分析断面。整体模型包括隧道衬砌结构模型、土体结构模型、水体结构模型和粘弹性人工边界模型。土体模型的最大单元尺寸为5m，可以满足15Hz以下地震波在土体中传播<sup>[11]</sup>。有限元模型总单元数约210万，总节点数约220万。

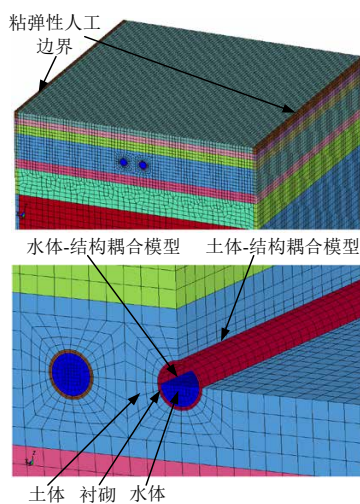


图2 局部有限元模型

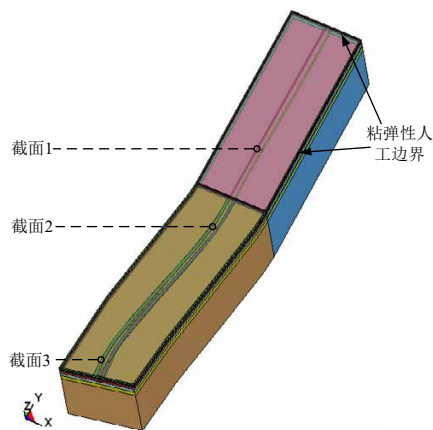


图3 隧道结构整体有限元模型

### 3.3 模型接触及流固耦合参数

#### 3.3.1 接触参数

本文采用面-面对称罚函数接触算法求解接触力并模拟衬砌和土体之间挤压、滑移、脱离现象。另外，本文从两方面对模型接触精度进行控制：（1）模型结构。建模时土体与衬砌之间为两相互独立的有限元网格（边界节点并非节点重合），通过隧道周围土体单元尺寸良好的过渡，使得隧道周围土体单元与隧道结构单元之间在对称罚函数接触设置时形成结点对应良好的接触对。（2）接触参数。对多个接触参数进行控制，包括，摩擦系数FS和FD（取0.5），接触刚度控制参数SFS和SFM（取默认值，当SOFT=1时），接触模式控制参数SOFT（取1，即在计算接触刚度时综合考虑发生接触的节点质量与整体时间步长用以保证时间的稳定性）等。

#### 3.3.2 流固耦合参数

本文采用罚函数耦合方式实现内水体与衬砌的相互作用。通过模型结构和耦合参数来控制耦合精度：首先建模时衬砌与水体ALE之间为两相互独立

的有限元网格（边界节点并非节点重合），内水体单元与隧道结构单元在流固耦合设置时形成结点对应良好的耦合对；其次对罚函数系数PFAC（取默认值），耦合方向DIEC（取为2，仅在压缩方向耦合，这使得节点未穿透时流体将与衬砌分离），耦合点数NQUAD（网格尺寸对应良好情况，因此取为1），耦合体积分数FRMIN（取0.2，使得耦合计算较早发生，从而有效地减小了流场泄漏现象），ALE网格参数ARSG（设置为随水体质心运动，使得ALE网格跟

随水体运动，并与衬砌网格保持较好的耦合空间关系）等参数进行控制。

### 3.4 模型材料参数

#### 3.4.1 土层材料

隧道三维模型沿深度方向共穿越10层地基土，本文采用D-P模型<sup>[12-13]</sup>模拟土体力学特性，其力学参数如表1所示。此外，水体结构采用空材料模型(Null)结合状态方程模拟。

表1 土层材料参数

名称	重度 kN/m <sup>3</sup>	弹性模量 MPa	泊松比	黏聚力 kPa	内摩擦角 o
灰色砂质粘土	18.7	39.39	0.27	5	30.5
淤泥砂质粉土	17.6	43.056	0.28	11.18	23.0
淤泥粉质粘土	16.8	98.28	0.35	14	11.5
灰色粘土	17.4	146.588	0.28	17	14
灰色粘质粉土	18.2	208.676	0.28	6	29
黄灰色粗砂	19.2	611.52	0.28	2	31.3
灰色细砂	19.2	839.15	0.28	2	32

#### 3.4.2 衬砌层横向刚度有效率

隧道衬砌单环拼装模型宽1.5m，内径5.84m，外径6.80m，由六片（3+2+1）C55混凝土衬砌片通过7×6根M39环向螺栓连接，环间通过16根M30螺栓连接并180度错缝拼装，螺栓预紧力为60kN。

拼装结构与连续化结构在不同覆土自重和水压作用下的变形量如图4所示。拼装模型在拱顶和水平直径变形数据为八环平均值；连续化模型在相同位置取值做平均。可见加载时变形与载荷呈现明显的线弹性关系，而且各曲线的斜率之比即为其对应横向抗弯刚度之反比，因此可以得到拼装模型刚度与连续化模型刚度之比即横向刚度折减系数，如表2所示。

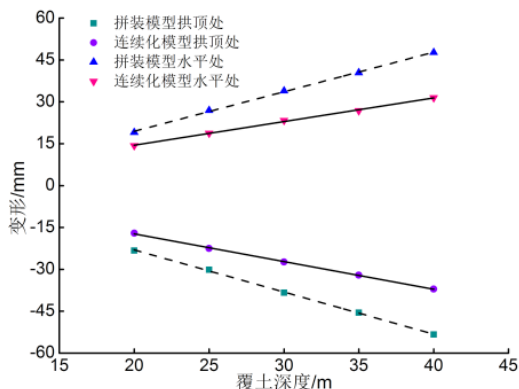


图4 结构变形-覆土深度

表2 结构横向刚度折减系数

	拱顶处	水平处	平均
$\eta_{xy}$	0.719	0.73	0.7245

#### 3.4.3 衬砌层纵向刚度有效率

隧道衬砌层纵向变形中主要由结构弯曲变形引起，而且横向刚度、纵向环缝、纵向螺栓预紧力对纵向刚度有较大影响<sup>[14]</sup>。为此对模型施加对称弯矩。图5将 $\eta_{xy}=0.72$ 精细模型和等效模型进行同样加载条件下的数值仿真，获得载荷与变形关系图。由 $\eta_z = 1/6 \sum_{i=1}^6 (n_{di}/n_{pi})$ ，可得 $\eta_z=0.24$ 。

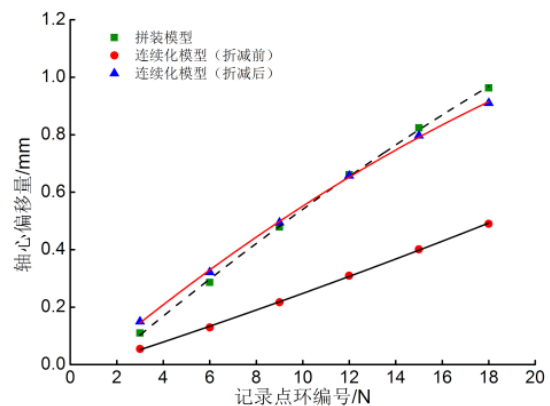


图5 纵向加载载荷与变形关系图

隧道衬砌层通过连续结构建模，并采用正交各向异性材料模型，经刚度有效率折减后具体参数如表3所示。

表3 衬砌管片参数

衬砌管片	型号	静弹性模量 (Pa)	静剪切模量 (Pa)	密度 (kg/m <sup>3</sup> )	泊松比	静摩擦系数
	C55	3.55E <sup>10</sup>	1.48E <sup>10</sup>	2.5E <sup>3</sup>	0.2	0.55
连续模型	E <sub>x</sub> (Pa)	E <sub>y</sub> (Pa)	E <sub>z</sub> (Pa)	G <sub>xy</sub> (Pa)	G <sub>y<sub>z</sub></sub> (Pa)	G <sub>zx</sub> (Pa)
	2.56E <sup>10</sup>	2.56E <sup>10</sup>	0.85E <sup>10</sup>	1.1E <sup>10</sup>	1.6E <sup>8</sup>	1.6E <sup>8</sup>

## 4. 数值计算结果与分析

### 4.1 数值计算概况

地震响应的地震波选用场地地震安全性评价报告给出的50年超越概率3%的基岩加速度时程曲线,如图6所示。地震波沿横向(图3中x方向)分别以一致和非一致输入,计算模型土体四周和底部采用粘弹性边界,顶面取为自由边界。计算包括一致激励下空隧道响应、半满水隧道响应和满水隧道响应,以及非一致激励下隧道位移响应。

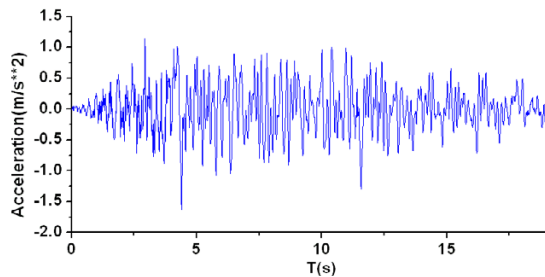


图6 基岩地震波加速度时程

### 4.2 计算结果与分析

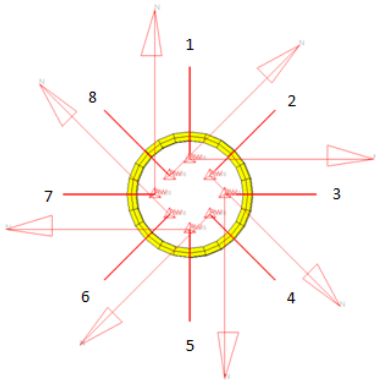


图7 危险断面记录点

本文在隧道结构的三个危险断面衬砌环上记录8个关键点位置如下图7所示。

#### 4.2.1 方法对比

刘金云<sup>[15]</sup>对输水隧道抗震计算中流体简化模型的研究表明除了将流体假设为弹性固体外,等效密度法模型、附加质量法模型、Houser模型、Westergaard模型均能代替势流体进行输水隧道地震响应分析。

本文另选等效密度法作为ALE流固耦合模型的参照,对计算结果进行对比分析。

$$\text{即有 } \rho_D = \rho_C + \rho_F = \rho_C + \frac{r^2 \rho_W}{R^2 - r^2}$$

式中 $r$ 为输水隧道内半径; $R$ 为输水隧道外半径; $\rho_W$ 、 $\rho_F$ 、 $\rho_C$ 和 $\rho_D$ 分别是流体的质量密度、等价于衬砌的质量密度、衬砌的质量密度和等价后衬砌的总质量密度。满水时对整个衬砌环附加密度;半水时仅对隧道下半衬砌附加密度。

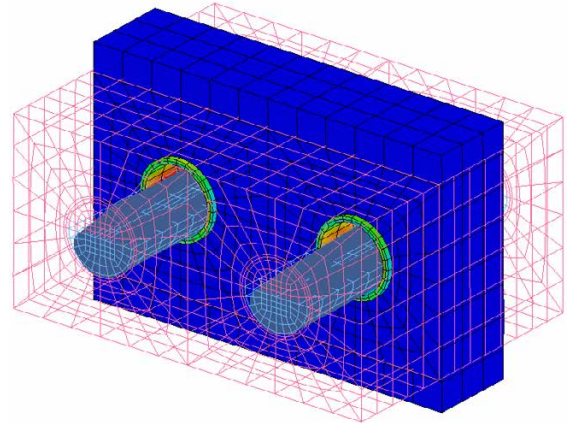


图8 隧道内流体液面晃动

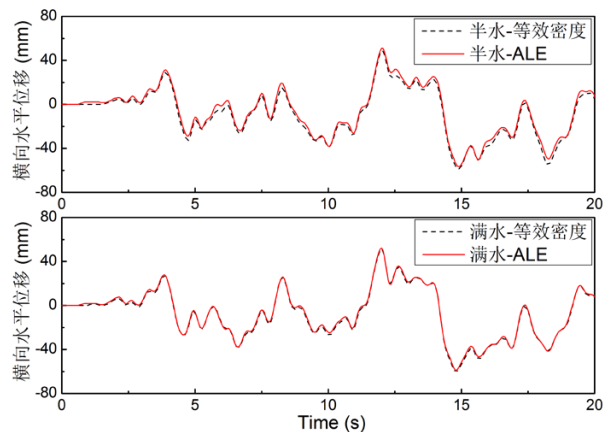


图9 输水隧道2号截面位移时程曲线

图9为半水、满水状况下的隧道截面2(见图3)在水平一致地震激励下分别通过等效密度法与ALE法得到的位移响应结果对比。断面位移值取断面上1、3、5、7四点位移的平均值。可见,通过ALE法与等效密度法得到的隧道横向位移响应规律基本相

同；其中满水工况时两种方法计算结果基本吻合，半水工况时ALE法计算结果稍大于等效密度法结果，这主要是半水工况时液面重构导致密度分布发生变化。图8为输水隧道地震过程局部视图，隧道内蓝色网格为水体初始位置，可以看出地震过程中半水液面有明显晃动。

#### 4.2.2一致地震激励

图10显示了基于ALE法输水隧道无水、半水、满水时危险断面所在关键点所记录的最大弯矩和最大等效应力。可以看出充水状态比无水状态断面1最大弯矩增加了80.1%，断面最大等效应力增加了112.2%；断面2最大弯矩增加了75.8%，断面最大等效应力增加了61.6%；断面3断面最大弯矩增加了46.8%，断面最大等效应力增加了51.3%；这说明隧道由于内水的存在，大大改变了衬砌隧道地震响应值，增加幅度较大，设计时应加以重视。

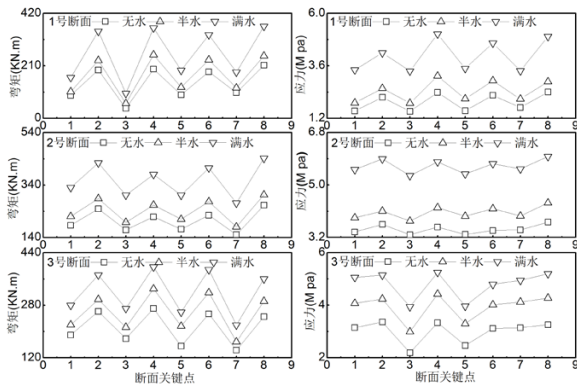


图10 衬砌隧道各危险断面无半满水时的响应值变化图  
从图10中也可以发现，无论是满水、半水还是

无水，隧道内部各危险断面2、4、6、8关键点弯矩数值明显大于1、3、5、7关键点数据，说明隧道弯矩集中于衬砌隧道45度交叉斜线位置。

#### 4.2.3非一致地震激励

考虑行波对输水隧道抗震的影响，本文假设行波传播方向与隧道走向一致，因此基地沿Y向节点受到的地震激励时间上存在时间差 $\Delta t$ ，且 $\Delta t_n = d_n / C$ ，式中： $d_n$ 为沿地震波传播方向基地节点至第一排节点的距离； $C$ 为地震波在基岩面的传播速度，本文取为500m/s。

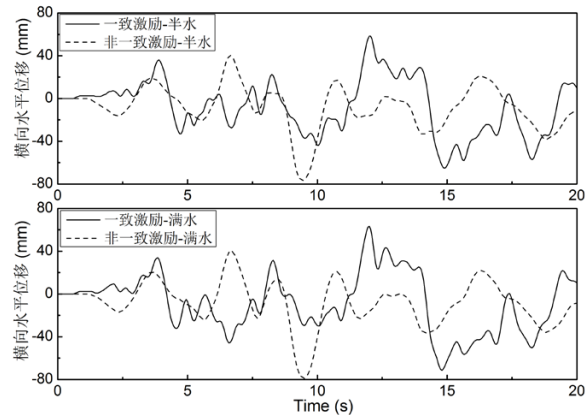


图11 输水隧道2号截面位移时程曲线

图11给出了半水、满水隧道截面2分别在一致地震和非一致地震激励下的位移响应结果对比。可以看出，尽管输入相同的地震波，但由于地震动输入模式的不同，导致隧道同一位置处的位移响应在频率和幅值变化上差别甚大。而且无论是半水隧道位移或是满水隧道位移，非一致激励下隧道2号断面的位移响应幅值均大于一致激励输入。

表4 危险断面最大位移与最大相对变形

位移/相对变形 (mm)	无水	半水	变化比值/%	满水	变化比值/%
断面2一致激励					
横向位移	56.02	58.83	5.01	60.46	7.93
相对变形	0.61	0.73	19.67	0.85	39.34
最大等效应力	3.72	4.39	18.01	5.97	60.48
断面2非一致激励					
横向位移	73.15	76.42	4.47	78.61	7.46
相对变形	0.77	0.91	18.06	1.07	38.61
最大等效应力	4.37	5.12	17.16	6.78	55.15

一致激励和非一致激励下2号断面位移与相对变形幅值见表4，可以看出水位变化对衬砌隧道地震位移响应的影响较小，这主要是由于本文深埋输水隧道地震位移主要与隧道周围土质有关；水位的变化对衬砌隧道相对变形影响较为明显。

## 5. 结论

采用多物质ALE流固耦合的方法，综合考虑衬砌结构横向和纵向的结构性能，计算管片与连续模型之间的刚度有效率，对国内超大规模双线输水隧道在考虑内水影响的情况下进行了地震响应分析。由

计算结果可以得出：

(1) 通过与等效密度法对比，本文采用的数值方法对于处理输水隧道多物质非线性耦合抗震问题是可行的。

(2) 与浅埋输水隧道不同，本文中深埋输水隧道在不同工况下衬砌隧道地震位移响应变化较小；

但在不同工况下，由于内水的存在，衬砌隧道相对变形与内力地震响应加大；无论是满水、半水还是无水，隧道弯矩集中于衬砌隧道45度交叉斜线位置。

(3) 相对于一致激励，非一致激励下对输水隧道位移和相对变形地震响应更为不利。

参考文献：

- [1] 张冬梅, 樊振宇, 黄宏伟. 考虑接头力学特性的盾构隧道衬砌结构计算方法研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(8): 2546 - 2552.
- [2] 曾东洋. 盾构隧道衬砌结构力学行为及施工对环境的影响研究[博士学位论文][D]. 成都: 西南交通大学, 2005.
- [3] 陈健云, 刘金云. 地震作用下输水隧道的流-固耦合分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(7): 1077 - 1081.
- [4] 彭海阔, 孟光, 丁麒, 等. 在地震激励下动水压力对沉管隧道的影响[J]. 上海交通大学学报, 2008, 42(6): 1027 - 1031.
- [5] 张雄, 陆明万, 王建军. 任意拉格朗日-欧拉描述法研究进展[J]. 计算力学学报, 1997, 14(1): 91 - 102.
- [6] 陈向东, 徐宇工, 李志敏. 基于多物质ALE 的列车水箱晃动三维模拟及箱壁动应力研究[J]. 北京交通大学学报, 2011, 35(4): 142 - 147.
- [7] Souli M, Ouahsine A, Lewin L. ALE formulation for fluid - structure interaction problems [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 190: 659 - 675.
- [8] 王振宇, 刘晶波. 成层地基非线性波动问题人工边界与波动输入研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(7): 1169 - 1173.
- [9] 何建涛, 马怀发, 张伯艳, 陈厚群. 黏弹性人工边界地震动输入方法及实现[J]. 水利学报, 2010, 41(8): 960 - 969.
- [10] 何川, 苏宗贤, 曾东洋. 盾构隧道施工对已建平行隧道变形和附加内力的影响研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(10): 2063 - 2069.
- [11] 杜修力. 工程波动理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [12] Ding JH, Jin XL. Numerical simulation for large - scale seismic response analysis of immersed tunnel [J]. Engineering Structures, 2006, 28 (10): 1367 - 1377.
- [13] Krajcinovic D., Silva MAG. Statistical aspects of the continuous damage theory [J]. International Journal of Solids Structures, 1982, 18(7): 551 - 516.
- [14] 钟小春, 张金荣, 秦建设, 等. 盾构隧道纵向等效弯曲刚度的简化计算模型及影响因素分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(1): 132 - 136.
- [15] 刘金云, 陈健云, 张兆强. 流体的几种简化模型在输水隧道抗震计算中的应用[J]. 黑龙江八一农垦大学学报. 2009, 21(4): 58 - 62.